# Beweging: Kinematica in 1D

## Definities

gemiddelde v : $\dfrac{\text{afgelegde weg}}{\text{verstreken tijd}}$

gem. vectoriële v : $\dfrac{\text{verplaatsing}}{\text{verstreken tijd}}$ $\quad \dfrac{x_2 - x_1}{\Delta t}$

momentane v : $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$

gemiddelde a : $\dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

momentane a : $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt}$

# formules

a $\neq$ ct.

$$x \xrightarrow{\frac{d}{dt}} v \xrightarrow{\frac{d}{dt}} a$$

$$a \xrightarrow{\int} v \xrightarrow{\int} x$$

a ct.

$$v - v_0 = a(t - t_0)$$

$$v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}$$

valbeweging:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v = v_0 - gt$$

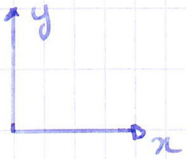
$$v^2 = v_0^2 - 2gy$$

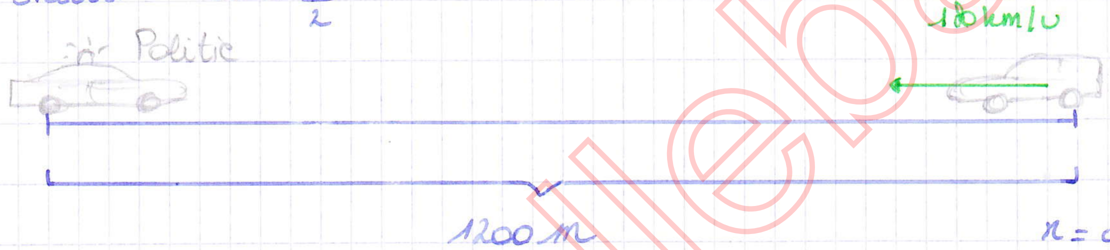
# af 44 p51

na 2,0 s

starten $a = \frac{t}{2}$

afremmen $a = 0{,}5$




$x = 0$

$t = 0$

want $a = ct.$ $\quad x_D = x_0 - v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2$

$$= -50t + \frac{1}{4}t^2$$

$$x_P = \quad t < 2 \quad \begin{cases} x(t) = -1200 \\ v(t) = 0 \end{cases}$$

$t \geq 2$ starten $\quad a > 0$ ! niet ct.

$$\int dv = \int a\,dt \qquad a = \frac{t}{2} \text{ geg.}$$

$$\int_{-1200}^{x} dx = \int_2^t \frac{t^2}{4}\Big|_2^t dt = \int_2^t \frac{t^2}{4} - 1\,dt$$

$$= \frac{t^3}{12}\Big|_2^t - t\Big|_2^t$$

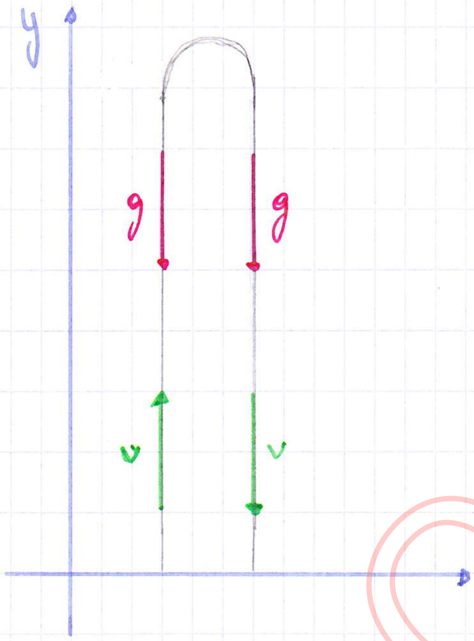
$$x_P = -1200 + \frac{t^3}{12} - \frac{2}{3} - t + 2$$

$$= -1198 + \frac{t^3}{12} - t$$

ontmoeting: $\quad x_P = x_D$

$\Leftrightarrow t = 17\,s.$

# De valbeweging : vb 2.16 - 2.17 - 2.18




formules.

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v = v_0 - gt$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gy$$

Wanneer terug op de hand en met welke snelheid ?

$$y = 0 \Rightarrow v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t = \frac{2v_0}{g} \quad (\text{of } t = 0)$$

$$v = v_0 - gt$$
$$= v_0 - g \cdot \frac{2v_0}{g}$$
$$= -v_0$$

maximale hoogte en wanneer ?

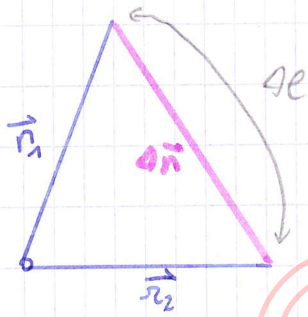
$v = 0$

$$t = \frac{v_0}{g}$$

$$y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

# Kinematica in 3D

## Gemiddelde snelheidsvector

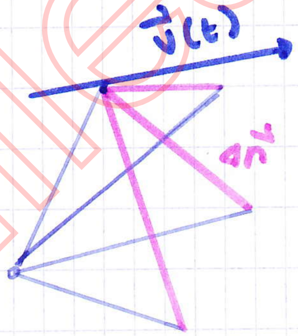



$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}$$

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t}$$

grootte: $\left\| \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \right\| \approx \left| \frac{\Delta\ell}{\Delta t} \right|$

## Momentane snelheidsvector




$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

$$\vec{r} = x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_x + z.\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_y + z.\vec{e}_z)$$

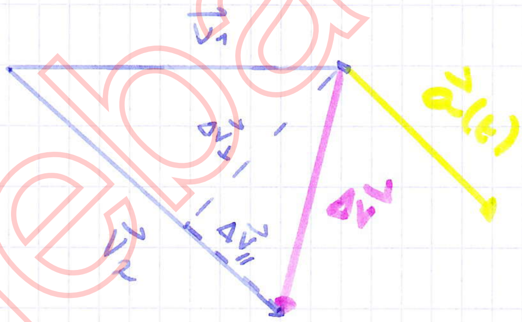
$$= \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}.\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}.\vec{e}_z$$

$$= v_x.\vec{e}_x + v_y.\vec{e}_y + v_z.\vec{e}_z$$

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}$$

## versnellingsvector

$$\Delta\vec{v} \begin{cases} \text{richting } (\Delta\vec{v}_\perp) \\ \text{grootte } (\Delta\vec{v}_{/\!/}) \end{cases}$$




$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

langs de holle zijde!

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(v_x \cdot \vec{e}_x + v_y \cdot \vec{e}_y + v_z \cdot \vec{e}_z\right)$$

analoog met snelheidsvector

$$\boxed{\vec{a} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

# formules

a ct.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

kogelbaan

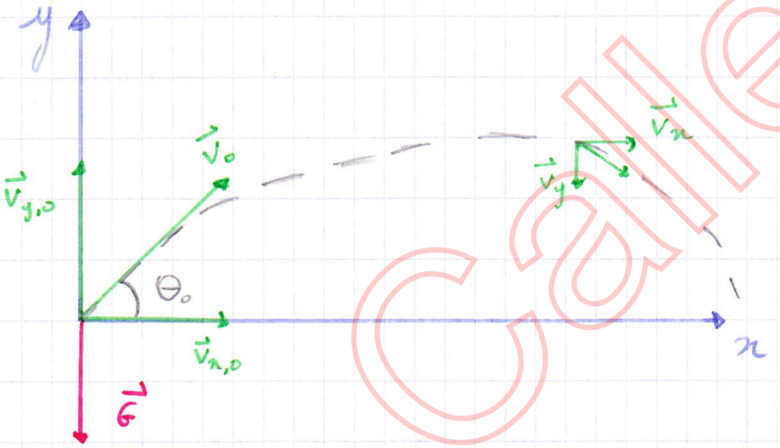
$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{g t^2}{2}$$

# De kogelbaan

2 bewegingen onafh. van elkaar.

$$\begin{cases} x = v_0 . t \\ y = \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$ bij valbeweging $-\frac{gt^2}{2}$




$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \cos\theta_0 \\ v_{y_0} = v_0 \sin\theta_0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

ten alle tijden:
$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\theta_0 & (1) \\ v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\theta_0\, t & (3) \\ y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{gt^2}{2} & (4) \end{cases}$$

baan: $t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$ (5) uit (3)

(5) in (4) $y = \frac{v_0 \sin\theta_0 . x}{v_0 \cos\theta_0} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0 \cos\theta_0}\right)^2$

$$y = \tan\theta_0 . x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0}$$

**dracht:** als $y = 0$

uit (4) $v_0 \sin\theta_0 \, t - \frac{g t^2}{2} = 0$

$t = 0$ of $t = \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g}$ (6)

(6) in (3) $x_{max} = v_0 \cos\theta_0 \cdot \frac{2 v_0 \sin\theta_0}{g}$

$= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta_0}{g}$

als $\theta_0 = 45°$ max.

**max. hoogte:** $\frac{dy}{dt} = 0 \iff v_y = 0$

uit (4) $t = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$

in (4) $y_{max} = v_0 \sin\theta_0 \cdot \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} - g \cdot \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g^2}$

$= \frac{v_0 \sin^2\theta_0}{2g}$

**bereik:** $\frac{dy}{dx} = 0$

$y = \tan\theta_0 \, x - \frac{g^2}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x^2$

$t = \frac{gx}{v_0 \cos\theta_0}$

$v_0 \tan\theta_0 \cdot g$ $t = \frac{x}{v_0 \cos\theta_0}$

# Dynamica: De wetten v. Newton

## Definities

**Inertiaalstelsel:** stelsel waarin de 1ste wet van Newton wel geldt. (de wet vd traagheid)
vb. bus en zugzakken.

**1ste wet v. Newton:** Een voorwerp blijft in rust of in een rechte lijn bewegen met een cte $v$, zolang er geen netto kracht op werkt.

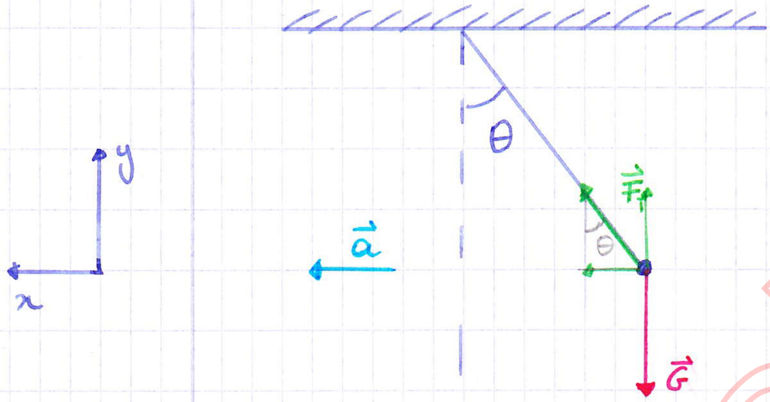
**2de wet v. Newton:** interactie ⇒ versnelling / verandering richting
enkel geldig in een inertiaalstelsel.
$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ $\quad (1\,N = 1\,kg\,\frac{m}{s^2})$

**3de wet v. Newton:** Wanneer een voorwerp een kracht uitoefend op een 2de voorwerp, oefent het 2de voorwerp een gelijke kracht in tegenovergestelde richting uit op het 1ste voorwerp.
! krachten werken op verschillende massa

**De normaalkracht:** niet het gevolg vd 3de wet van Newton
⇒ heffen elkaar nu wel op.
$F_N$ : schijnbaar gewicht
$\Sigma F = 0$.
als een vorm los komt → $F_N$ valt weg

**De spankracht:** $\Sigma F = \vec{F}_{zw} + \vec{F}_T$
Richting: in verlengde vd touw
massaloos = $F_T$ overal gelijk

# Een versnellingsmeter




$$\begin{cases} \sum F_x = F_T \cdot \sin\theta \\ \sum F_y = F_T \cdot \cos\theta - G \end{cases}$$

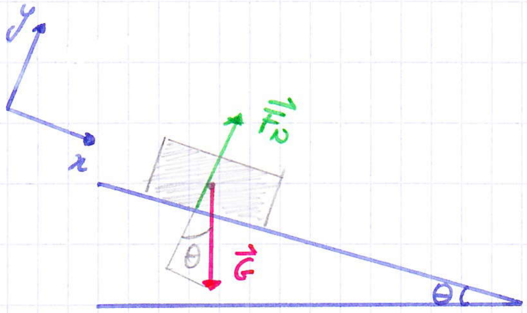
$$\begin{cases} m \cdot a_x = F_T \sin\theta \\ m \cdot a_y = F_T \cos\theta - G \end{cases} \qquad \begin{cases} m \cdot a_x = F_T \sin\theta \\ F_T = \dfrac{G}{\cos\theta} \end{cases}$$

$\forall t: \quad y = ct \Rightarrow v_y = 0 \Rightarrow a_y = 0$

$$m \cdot a_x = \frac{G}{\cos\theta} \cdot \sin\theta$$

$$a_x = g \tan\theta$$

# Een hellend vlak




$$\begin{cases} \Sigma F_x = G \sin\theta \\ \Sigma F_y = F_N - G\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \cdot a_x = G \sin\theta \\ m \cdot a_y = F_N - G\cos\theta \end{cases}$$ $\forall t: y = ct \Rightarrow a_y = 0$

$$\begin{cases} a_x = g\sin\theta \\ F_N = G\cos\theta \end{cases}$$

# H5: Wrijving, circelvormige beweging, weerstandskrachten

## Wrijving

statisch rust: $F_A = F_{FR}$ → $F_{FR} \leq \mu_s F_N$

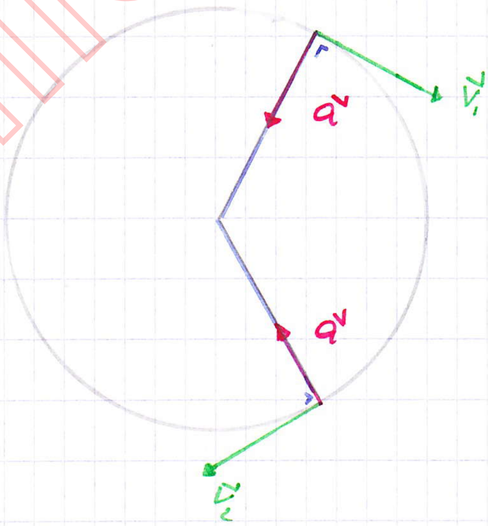
kinetisch beweging: $F_{FR} \sim F_N$ → $F_{FR} = \mu_k F_N$

statisch overgang: $F_{FR} = \mu_s F_N$ $\mu_k < \mu_s$

## De eenparige circelvormige beweging ECB

$R = ct.$ $\Delta v \neq 0$

Er is een versnelling, want v verandert van richting.




momentane snelheid
- raakt baan
- ⊥ op de straal

versnellingsrichting
- centripetaal gericht
- ⊥ op snelheid

# formules

frequentie: $T(s) = \frac{1}{f}$ $(Hz)$

snelheidsgrootte: $v = \frac{2\pi R}{T}$ $v = \omega R$

hoeksnelheid: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

versnellingsgrootte: $a = \frac{v^2}{R}$ $a = \omega^2 R$

## Niet-eenparige cirkelvormige beweging

geen oefeningen

## Dynamica van de ECB

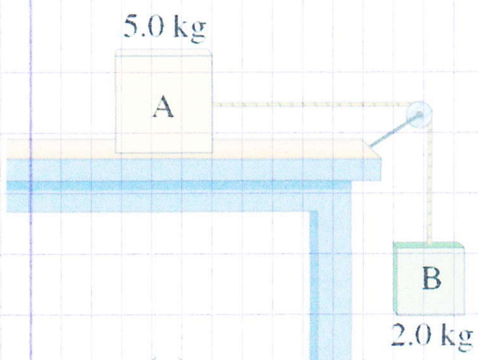
deeltjes voert ECB uit → $\vec{a}$ centripetaal gericht →
De resultante is centripetaal gericht

$\Sigma F = \frac{m.v^2}{R} = m\omega^2 R$ want $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

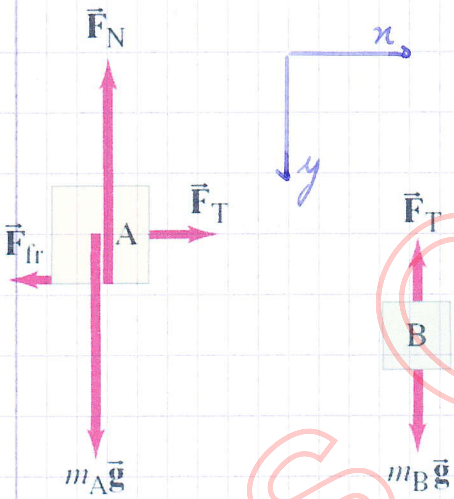
$F_T \approx \frac{m.v^2}{R}$ $(\emptyset \approx 0)$

## Snelheidsafh. krachten: weerstand & eindsnelheid

kleine voorwerpen $F_D \sim V$
grootte " $F_D \sim V^2$



(a)




$$\Sigma F_A = \vec{F}_N + m_A\vec{g} + \vec{F}_T + \vec{F}_{fr}$$

$$\begin{cases} m.a_A = F_T - F_{fr} \\ 0 = mg - F_N \end{cases}$$

$$F_{fr} = \mu_k F_N$$

$$\boxed{m_A a_A = F_T - \mu_k mg}$$

$$\Sigma F_B = \vec{F}_T + m_B\vec{g}$$

$$\boxed{m.\,a_B = m_B g - F_T}$$

katrollen $\rightarrow a_B = a_A \overset{not}{=} a$

$$a = \frac{F_T - \mu_k m_A g}{m_A} \qquad a = \frac{m_B g - F_T}{m_B}$$

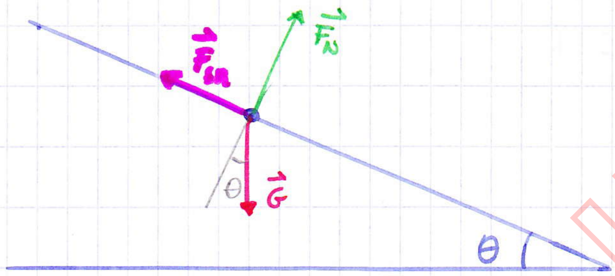
$$F_T = m_B g - m_B a$$

$$\boxed{a = \frac{m_B g - \mu_k m_A g}{m_A + m_B}}$$

$$F_T = \frac{m_A m_B (1+\mu) g}{m_A + m_B}$$ ← hoe kom je er op ???

# De skiër

want $a = 0$



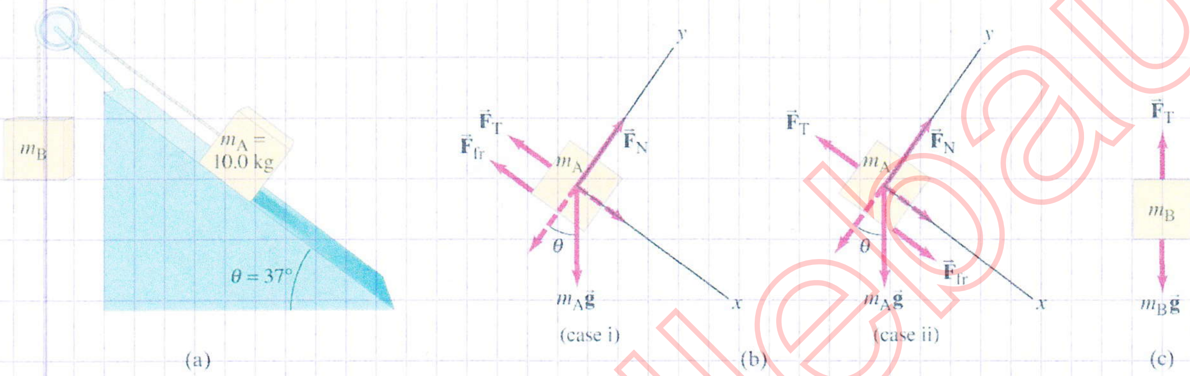

$$\begin{cases} \sum F_x = G\sin\theta - F_{fk} = 0 \\ \sum F_y = F_N - G\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$F_{fk} = \mu_k F_N = \mu_k mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = 0$$

$$\boxed{\mu_k = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta}$$

# 2 massa's op een hellend vlak




Er zijn 2 zinnen mogelijk:

$$\Sigma F_x = m_A g . \sin\theta - F_{fR} - F_T$$

$$0 = m_A g \sin\theta - F_{fR} - F_T$$

$$m_A g \sin\theta - F_T = F_{fR}$$

$$F_{fR} \leq \mu_s F_N \qquad F_N = m_A g \cos\theta$$
$$F_T = m_B g$$

$$m_A g \sin\theta - m_B g \leq \mu_s m_A g \cos\theta$$

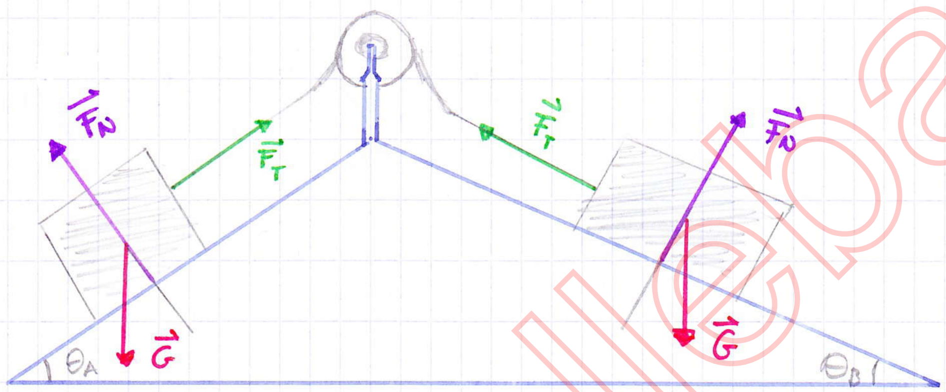
$$\boxed{m_B \geq m_A \sin\theta - \mu_s m_A \cos\theta}$$

$2^{de}$ manier analoog, maar $F_{FR} > 0$

$$F_{fR} = F_T - m_A g \sin\theta$$

$$\boxed{m_B \leq m_A \sin\theta + \mu_s m_A \cos\theta}$$

# 2 massa's op 2 hellende vlakken




$\forall t$ : $F_T' = F_T$ $\quad -a_A = a_B$

$\Sigma F_x$ : $m_A a_A = G_A \sin\theta_A - F_T$ $\quad\vdots\quad$ $m_B a_B = m_B g \sin\theta_B - F_T$

$m_B a_A = F_T - G_B \sin\theta_B$

$$m_A a_A + m_B a_A = (m_A \sin\theta_A - m_B \sin\theta_B)\, g$$

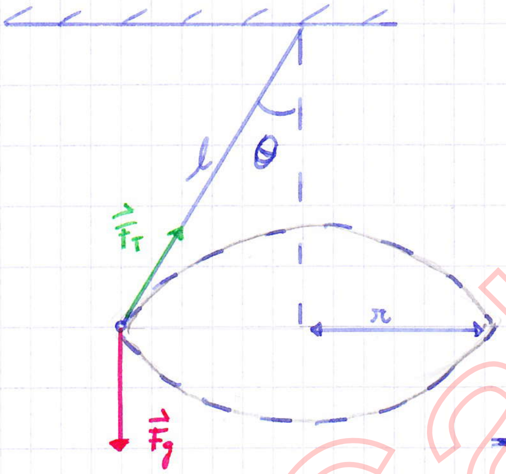
$$a = \frac{m_A \sin\theta_A - m_B \sin\theta_B}{m_A + m_B} \cdot g$$

evenwicht : $\vec{v} = ct. \Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$

$\vec{a} = 0$ : $m_A \sin\theta_A - m_B \sin\theta_B = 0$

$$\frac{\sin\theta_A}{\sin\theta_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

## De conische slinger




$$\Sigma F_x = \frac{m \cdot v^2}{R} = F_T \sin\theta$$

$$\Sigma F_y : \quad G = F_T \cos\theta$$

$$F_T = \frac{G}{\cos\theta}$$

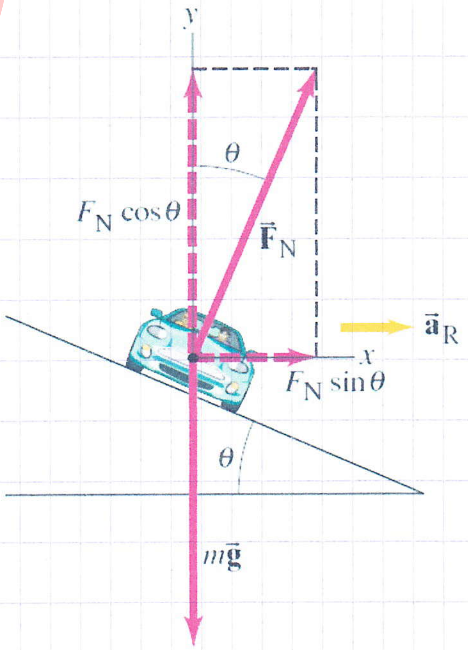
$$\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = G \tan\theta$$

$$v = \sqrt{g \tan\theta \cdot R}$$

$$= \sqrt{g \tan\theta \cdot l \sin\theta}$$

$$\boxed{v = \sin\theta \sqrt{\frac{gl}{\cos\theta}}}$$

## De komhoek




$$\Sigma F_R = \vec{F_N} + m \cdot \vec{g}$$

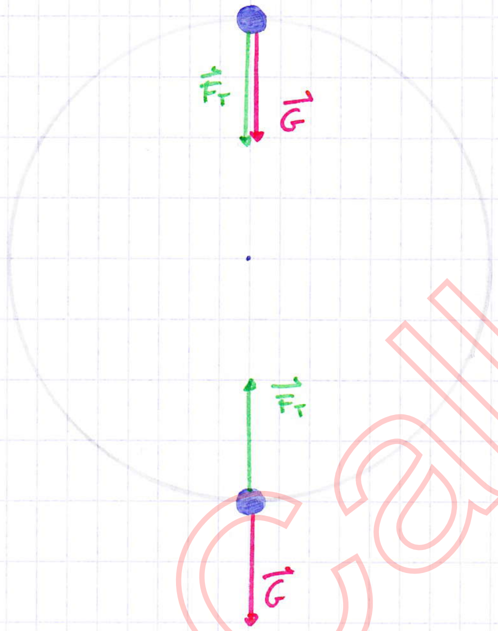
$$\Sigma F_y : \quad mg = F_N \cos\theta$$

$$\Sigma F_x : \quad \frac{mv^2}{R} = F_N \sin\theta$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

$$F_N = \frac{mg}{\cos\theta} \qquad F_N > mg$$

# Verticale cirkelbeweging




bovenaan: $\frac{m \cdot v^2}{R} = mg + F_T$

onderaan: $\frac{m \cdot v^2}{R} = -mg + F_T$

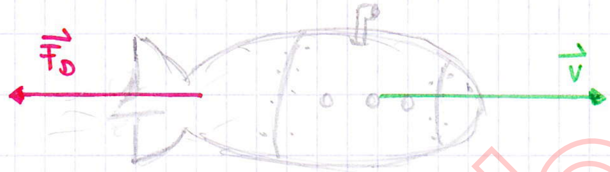
loslaten: $F_T = 0 \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = mg$

$v^2 = gR$

Waarom snelheid van boven minimaal?

Examen !

## De duikboot




$$\sum F_x = -b v_x$$

$$m \cdot a_x = -b v_x$$

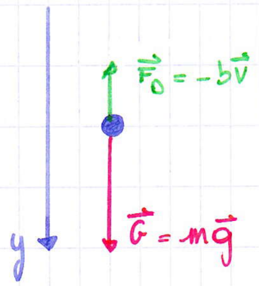
$$a_x = -\frac{b}{m} v_x \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{b}{m} v_x$$

$$\int_0^{v_x} \frac{dv}{v_x} = \int_0^{t} -\frac{b}{m}\, dt$$

$$\ln \frac{v_x}{v_0} = -\frac{b}{m} t$$

$$\boxed{v_x = v_0 \cdot e^{-\frac{b}{m} \cdot t}}$$

Bereken de snelheid als functie vd tijd voor een voorwerp dat vanuit rust vertic. omlaag valt.




$$\Sigma F_y = mg - bv$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = mg - bv$$

$$m \cdot \frac{dv}{mg - bv} = dt$$

$$\frac{dv}{\frac{mg}{b} - v} = \frac{b}{m}\, dt \Rightarrow \frac{dv}{v_T - v} = \frac{b}{m}\, dt$$

Op bepaald tijdstip:

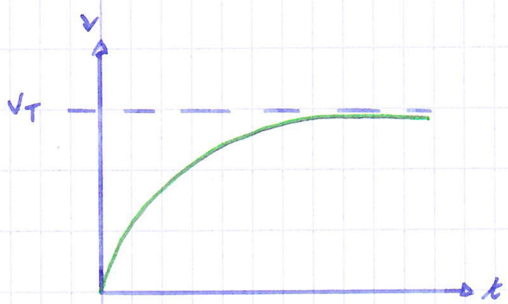
$$mg = bv \qquad \text{snelheid ct.}$$

$$v_T = \frac{mg}{b} \qquad \text{eindsnelheid}$$

$$\int_0^v \frac{dv}{v_T - v} = \frac{b}{m} \int_0^t dt$$

$$\ln(v_T - v) - \ln(v_T) = -\frac{b}{m} t$$

$$\ln\left(\frac{v_T - v}{v_T}\right) = -\frac{b}{m} t$$




$$v = v_T \left(1 - e^{-\frac{b}{m} t}\right)$$

met $v_T = \frac{mg}{b}$

controle: $t \to \infty \quad e^{-\frac{b}{m} t} = 0$

# H7: Arbeid en energie

Wanneer wordt er gn arbeid geleverd

- bij een horizontale verplaatsing
  dus de $\vec{G}$ oefent ook gn arbeid uit
- bewegen met een constante snelheid

$$\Sigma F = m\vec{g} + \vec{F_H}$$

$$W = W_G + W_H$$

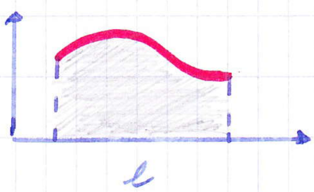
$$= -mgh + mgh = 0 \quad !$$

## Arbeid door een cte. kracht

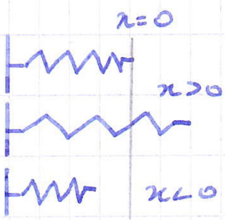
$$W = F.\cos\theta.d$$

## Arbeid door een niet cte kracht

$$W = \int_a^b \vec{F}.d\vec{l}$$




## Arbeid door een veerkracht




$$\vec{F_v} = -kx$$

$$W_v = -\int_0^x kx \, dx$$

$$W_v = -\frac{kx^2}{2} \quad < 0$$

door een persoon op de veer $\quad F_v = -F_p$

$$W_p = \frac{kx^2}{2}$$

# Principe arbeid en energie

$$W_{net} = \vec{F}_{net} \cdot \vec{d}$$
$$W_{net} = ma \cdot d$$

rechtlijnig + cte versnelling :

$$v_2^2 = v_1^2 + 2ad \Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

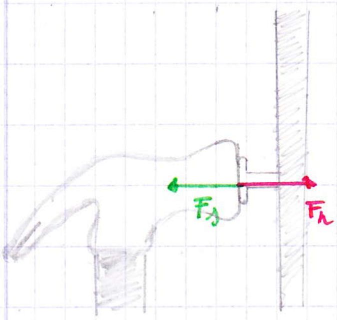
$$W_{net} = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} \cdot d$$

$$\boxed{W_{net} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}}$$

$$\boxed{W_{net} = K_2 - K_1 = \Delta K}$$

## De hamer

$\vec{F}_h = -\vec{F}_s$ (3$^{de}$ wet van Newton)




$$W = \vec{F}_h . d = -F.d$$
$$= \Delta K = -\frac{m.v^2}{2}$$

$$-F.d = -\frac{m.v^2}{2}$$

$$F = \frac{mv^2}{2d}$$

## Opl: Spiderman

$$W_{net} = \Delta K \qquad W_{net} = -\int_0^{l} kx\, dx$$

$$W_{net} = \int_1^2 \vec{F}_v . d\vec{l} \qquad = -\frac{kL^2}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{m.v^2}{\cancel{2}} = -\frac{kL^2}{\cancel{2}}$$

$$k = \frac{m.v^2}{L}$$

# H8: Behoud van Energie

## Conservatieve en niet conservatieve krachten

conservatieve kracht: arbeidslevering onafhankelijk van gevolgde weg, hangt enkel af van begin- en eindpunt.

$\Updownarrow$

niet-conservatieve kracht: arbeidslevering afhankelijk van gevolgde weg

| conservatieve krachten | niet conservatieve krachten |
|---|---|
| • gravitatie | • wrijving |
| • elastisch | • spanning in koord |
| • elektrisch | • propulsie |
| | • duwen of trekken door een mens |

### De zwaartekracht (dichtbij de aarde)

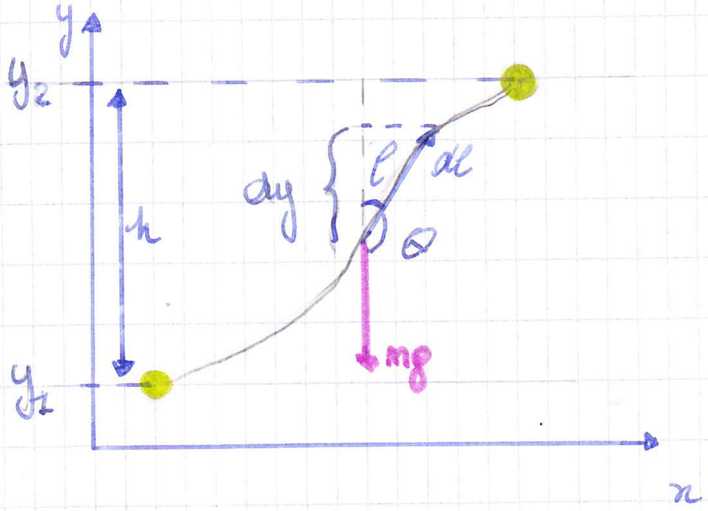
$$W = \int m\vec{g}\, d\vec{\ell}$$

$$= \int mg \cdot \cos\theta \, d\ell$$

$$= \int -mg \cos\varphi \, d\ell$$

$$= -\int_{y_1}^{y_2} mg \, dy$$

$$= -mg(y_2 - y_1)$$



## De wrijving

$$W = \int \vec{F}_{wr} \, d\vec{l} = \int F_{wr} \cos\theta \, dl$$

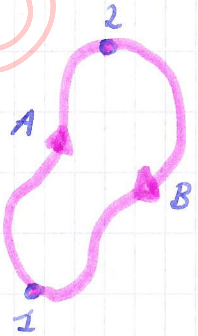
$$= -\int F_{wr} \, dl \qquad F_{wr} = \mu_k mg$$

$$W = -\mu_k mg \int dl$$

arbeid hangt wel af v/h gevolgde traject!
$F_{wr}$ : niet conservatief

## De wiskundige definitie

Een kracht is conservatief als de geleverde arbeid langs een gesloten kromme nul is.




$$\oint \vec{F} \, d\vec{l} = 0$$

# Potentiële energie

→ gevolg van zijn toestand of omgeving
  ↳ arbeid kan leveren

Alleen voor conservatieve krachten !

$$\Delta U = -W$$

vb. Potentiële energie v.d. zwaartekracht.

$$\Delta U = -W$$
$$= -(-mg(y_2 - y_1))$$
$$= mgy$$

beweeg een massa omhoog

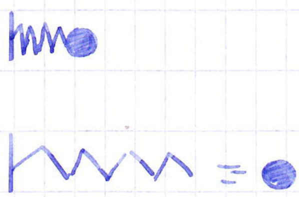
externe kracht $E_p \nearrow$ $W_{ext} = \vec{F}_{ex} \cdot \vec{d}$
$= mgh \cos 0°$

vb. Pot. en. als gevolg van elastische vervorming

$$F_v = -kx \cdot \vec{e}_x$$

bij compressie: $\Delta U = -\int \vec{F}_v \cdot d\vec{l}$

$$\Delta U = \frac{kx^2}{2}$$



# Behoud van energie

bij een conservatief systeem:

Principe arbeid - kinetische energie:

$$\Delta K = W_{net} \rightarrow \Delta K = W_{cons}$$

Def. potentiële energie:

$$\Delta U = - W_{cons}$$

combinatie:

$$\Delta K = - \Delta U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

$$\boxed{K_2 + U_2 = U_1 + K_2}$$

vb. De zwaartekracht

pot en $\rightarrow$ kin en.

$$K = \frac{1}{2} m.v^2 \qquad U = mgy$$

$$\boxed{\frac{mv_2^2}{2} + mg\,y_2 = \frac{mv_1^2}{2} + mg\,y_1}$$

vb. De wrijving

$$W_{FR} = - F_{FR} . \ell$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + F_{FR} . \ell$$

# Behoud van Energie met NIET-conservatieve krachten

Principe Arbeid en Energie:

$$\Delta K = \int \vec{F}_{net} \cdot d\vec{l} \longrightarrow \Delta K = W_{cons} + W_{niet\ cons}$$

Definitie potentiële energie:

$$\Delta U = - W_{cons}$$

$\Rightarrow$ $\Delta K + \Delta U = W_{niet\ cons}$ meestal $W_{n.cons} < 0$

$$\boxed{K_1 + U_1 = K_2 + U_2 - W_{niet\ cons}}$$

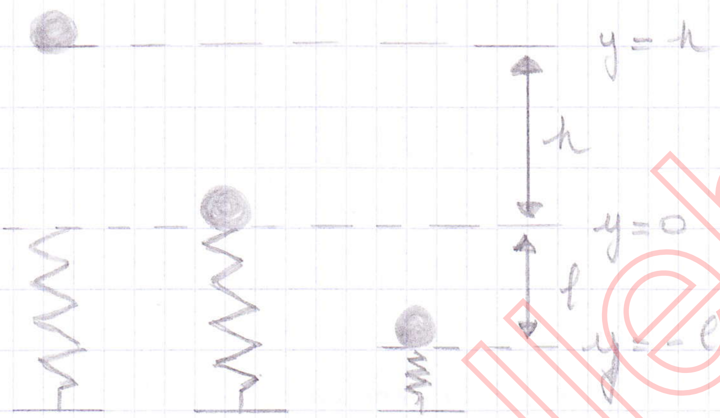
vb. wrijvingskracht:

$$W_{FR} = - F_{FR} \cdot l$$

$\rightarrow$ $K_1 + U_1 = K_2 + U_2 + F_{FR} \cdot l$

mechanische en. $\rightarrow$ thermische en.

# Een massa valt op een veer




- $$\frac{m \cdot v_1^2}{2} + mgy_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mg\,y_2 + \frac{k \cdot x^2}{2}$$

$$mgh = mg(0 - l) + \frac{k \cdot l^2}{2}$$

$$mg(h+l) = \frac{k \cdot l^2}{2}$$

$$k = \frac{2mg(h+l)}{l^2}$$

- op moment $y = 0$ : $v_2 = ?$

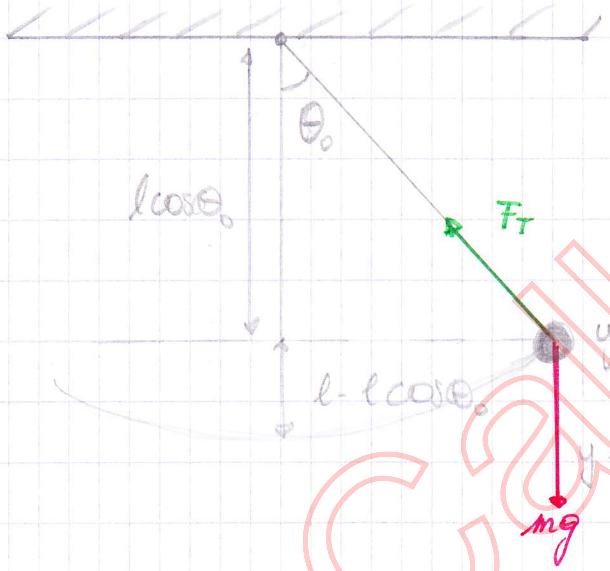
$$\frac{mv_1^2}{2} + mg\,y_1 = \frac{mv_2^2}{2}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh$$

als $v_1 = 0$ : $v_2^2 = 2gh$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

## Een bewegende slinger




$$\frac{m \cdot v^2}{2} + mg\underbrace{y}_{l - l\cos\theta} = mg\underbrace{y_0}_{l - l\cos\theta_0} + \cancel{\frac{m \cdot v_0^2}{2}}$$

$$v^2 = 2g(y_0 - y)$$

$$\boxed{v^2 = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

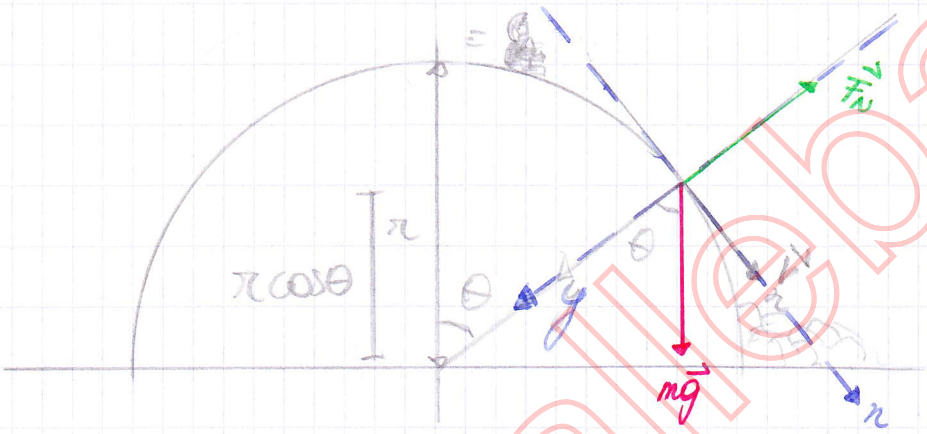
<u>bereken $F_T$ :</u>

CB: $$\frac{mv^2}{r} = F_T - mg\cos\theta$$

$$\frac{m \cdot (2gl(\cos\theta - \cos\theta_0))}{l} = F_T - mg\cos\theta$$

$$\boxed{F_T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_0)}$$

# Eskimo (Inuit) op een iglo




$$\sum F_R = \frac{m \cdot v^2}{r} = mg\cos\theta - F_N$$

$$F_N = mg\cos\theta - \frac{mv^2}{r}$$

- bij het verlaten v/d iglo: $F_N = 0$

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = rg\cos\theta \qquad (1)$$

- conservatief systeem: $U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$$mgr = mgr\cos\theta + \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2gr(1-\cos\theta) \qquad (2)$$

- (1) in (2): $Rg\cos\theta = 2gr(1-\cos\theta)$

$$\cos\theta = (1-\cos\theta)2$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = 48^\circ$$

# Vermogen

is het tempo waarmee arbeid verricht wordt.

gemiddeld $\quad \overline{P} = \dfrac{W}{T}$

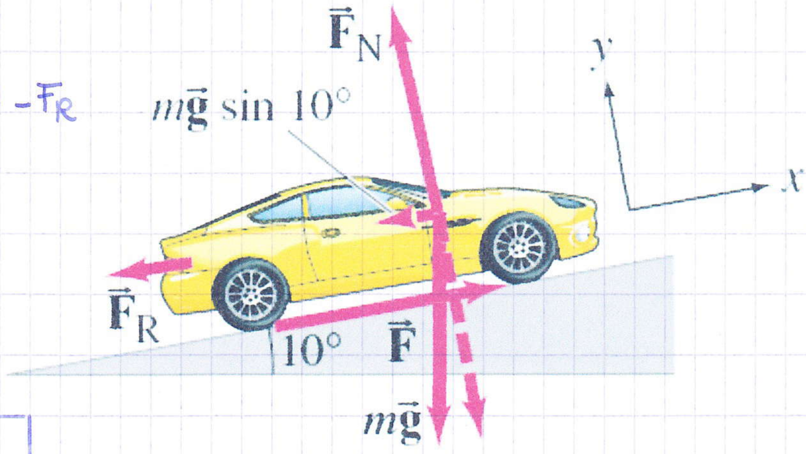
momentaan $\quad P = \dfrac{dW}{dt} \xrightarrow{\text{algemeen}} = \dfrac{dE}{dt}$

eenheid in Watt $\quad 1\,W = 1\,\dfrac{J}{s}$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

## Vermogen ve automotor

$$\Sigma F_x = F - mg\sin\theta - F_R = 0$$




$$\boxed{\begin{aligned} F &= mg\sin\theta + F_R \\ P &= F \cdot v \end{aligned}}$$

nu met versnelling

$$\Sigma F_x = F - mg\sin\theta - F_R = ma$$

$$\boxed{\begin{aligned} F &= mg\sin\theta + F_R + ma \\ P &= F \cdot v_{max} \end{aligned} \qquad a = \frac{v_2 - v_1}{t}}$$