LES1: ELEKTRISCHE LADING
DE WET VAN COULOMB

ELEKTROSTATICA

Studie van ladingen in rust in een intertiaalstelsel.

ELEKTRISCH GELADEN LICHAMEN

Een massa is steeds positief.

H21: Elektrische lading en elektrische velden

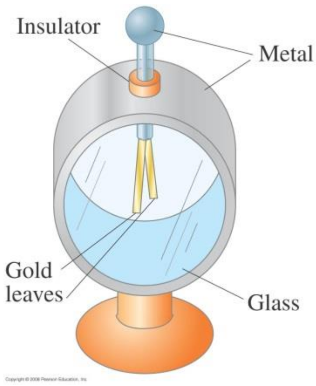
Er zijn 2 soorten elektrische ladingen:

- geladen staven kunstof **stoten elkaar af**.
- geladen glazen staven **stoten elkaar af**.
- geladen kunstof en glazen staven **trekken elkaar aan**.

ISOLATOREN EN GELEIDERS

- in geleiders zijn de e- los -> vrije elektronen
- in isolatoren zijn de e- sterk gebonden aan de kernen (de meeste nM zijn isolatoren)
- halfgeleiders vormen een tussencategorie

DE ELEKTROSCOOP



als de blaadjes openstaan -> gelijksoortige lading aan die van de elektroscoop
als de blaadjes toe staan -> tegengestelde lading aan die van de elektroscoop

DE WET VAN COULOMB

$$F = k\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

$$Q \quad grootte\ van\ de\ puntladingen\ [C]$$
$$r \quad onderlinge\ aftsand\ [m]$$
$$F \quad grootte\ van\ de\ kracht\ [N]$$
$$k \quad 8.99 * 10^9 \left[\frac{Nm}{C^2}\right]$$
$$waarbij \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 * 10^{-12} \left[\frac{C^2}{Nm^2}\right]$$

$$\varepsilon_0\ is\ de\ \boldsymbol{permittiviteit\ van\ de\ vrije\ ruimte}\ (\boldsymbol{in\ vaccum})$$

Gilles Callebaut

Superpositieprincipe

Als er meerdere ladingen aanwezig zijn is **de resulterende elektrische kracht** op een willekeurige lading **de vectorsom** van de krachten die er door alle andere ladingen op uitgeoefend worden.

Uitdrukking van de wet van coulomb in vectorvorm:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\ \vec{e}$$

Oefeningen: zie ppt

LES 2: ELEKTRISCHE VELDSTERKTE

HET ELEKTRISCH VELD

definitie: ruimte waarin elektrische ladingen krachten ondervinden

⇨ Elke lading s omgeven door een elektrisch veld.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \left[\frac{N}{C}\right]$$

VELDVERSIE VAN DE WET VAN COULOMB

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

De veldsterkte veroorzaakt door een **positieve lading** wijst van de **lading weg**.
De veldsterkte veroorzaakt door een **negatieve lading** wijst naar de **lading toe**.

SUPERPOSITIEPRINCIPE

Als er meerder ladingen aanwezig zijn is **het resulterend elektrisch veld** in een punt **de vectorsom** van de afzonderlijke velden van de verschillende ladingen.

OPLOSSINGSSTRATEGIE

1. **Teken een diagram** met alle ladingen en hun teken. Vul aan met de elektrische krachten die op een lading aangrijpen.
   Bepaal de **richting van elke kracht**.
2. Pas de **wet van Coulomb** toe. Redeneer op groottes van krachten, velden en ladingen.
3. Pas **superpositie** toe. Dus **vectorieel optellen**. Gebruik **symmetrie**.
4. **Controleer** je antwoord op **redelijkheid**.

ELEKTRISCH VELD VAN CONTINUE LADINGSVERDELINGEN

OPLOSSINGSSTRATEGIE

1. De continue lading verdelen in een oneindig groot aantal **kleine ladingen dQ**.
2. De **bijdrage van elke dQ** aan het elektrisch veld in P op een afstand r is:
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2}$$
3. He elektrisch veld in een willekeurig punt is de **vecotriële som** van alle oneindig kleine bijdragen:
$$\vec{E} = \int dE$$

Gilles Callebaut

Les 3: Elektrische velden van continue ladingsverdelingen

Een geladen ring

We volgen de oplossingsstrategie.

λ is de lading per eenheid van de lengte[C/m]:

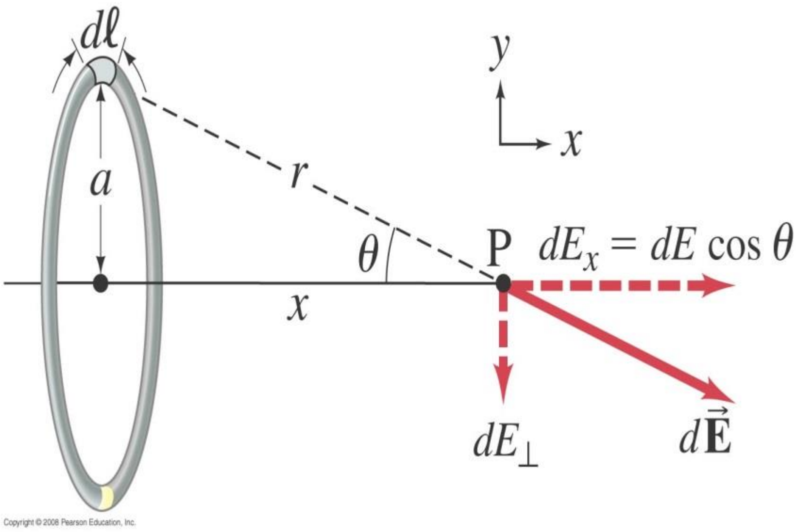
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2}$$

met $$dQ = Q\frac{dl}{2\pi a} = \lambda dl$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{r^2}$$

we zien duidelijk dat $\int dE_\perp = 0$

dus er blijft enkel een dE_x *die overigens gelijk is aan* $dE\ cos\theta$ *waarbij* $cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{(a^2+x^2)}}$



$$E = \int dE = \int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{x^2+a^2}.cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{(a^2+x^2)}} \quad \int dq$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Gilles Callebaut

Lading op een lange lijn

Hier zien we terug duidelijk dat $dE_x = dE\ cos\theta$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{(x^2+y^2)}$$

hierbij is :

$$E = \int dE = \int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy\ cos\theta}{(x^2+y^2)}$$

We bereken de integraal naar die hoek θ *en kunnen we de grenswaarden gelijk stallen aan* $\pm\frac{\pi}{2}$

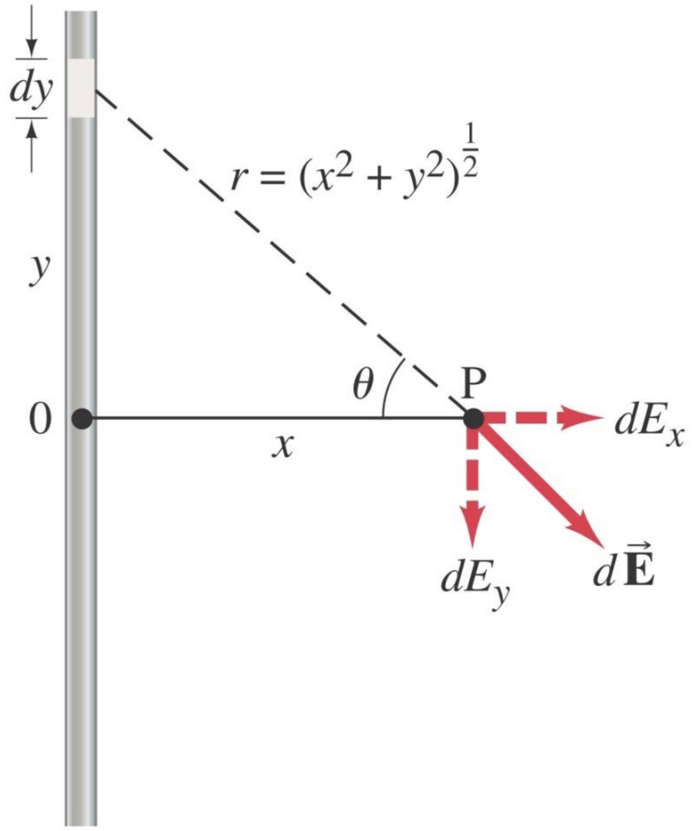
we weten: $y = x\ tan\theta$ *dus* $dy = \frac{x}{cos^2\theta}d\theta$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{x}{cos^2\theta}d\theta\ cos\theta}{\left(x^2 + x^2.\frac{sin^2\theta}{cos^2\theta}\right)}$$

$$E = \frac{\lambda\, x}{4\pi\varepsilon_0\, x^2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\theta\ d\theta}{(cos^2\theta + sin^2\theta)}$$

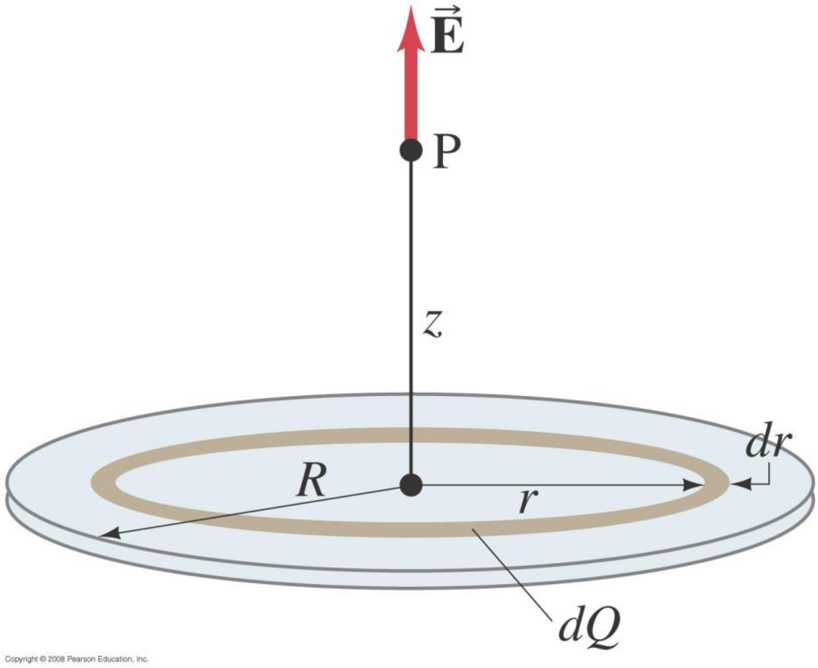
$$E = \frac{\lambda\, x}{4\pi\varepsilon_0\, x^2}\left(sin\frac{\pi}{2} - sin - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\, x}$$



Gelijkmatig geladen schijf

We herkennen in de schijf een verzameling van concentrische ringetjes.



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\,dQ}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sigma\,(lading\ per\ opp.eenheid) = \frac{dQ}{2\pi r\,dr}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z\,\sigma 2\pi r\,dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{z\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R r\frac{dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{z\sigma}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{(z^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{(z^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

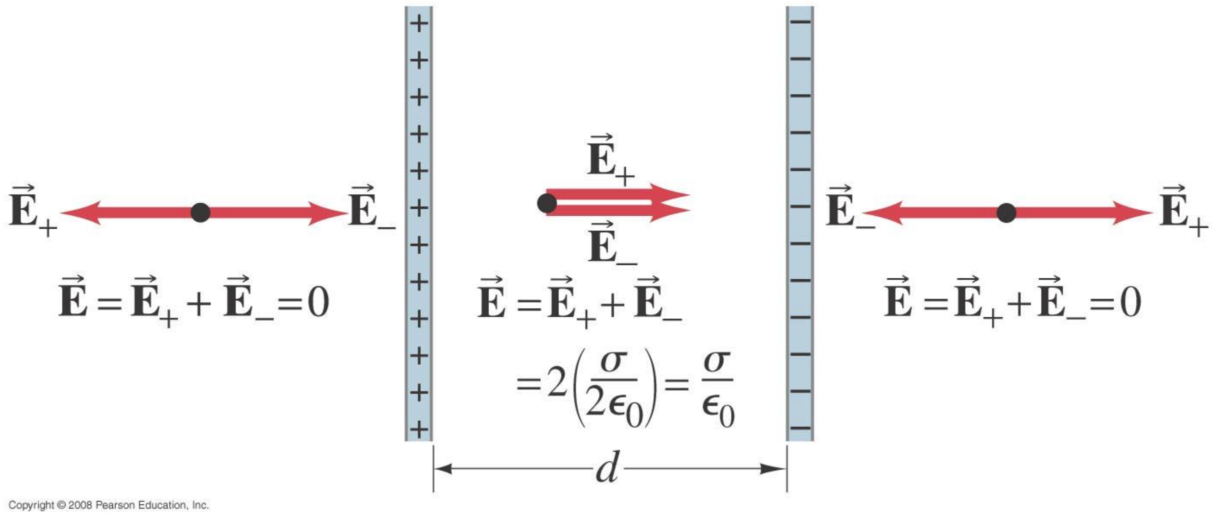
$$\lim_{R\to\infty}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{(z^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

uitwerking van de integraal:

$$\int r\frac{dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2}\int\frac{2r\,dr}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2}\int\frac{dr^2}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2}\int(\frac{d(r^2+z^2)}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

Het elektrisch veld van continue ladingsverdelingen
Twee evenwijdige platen



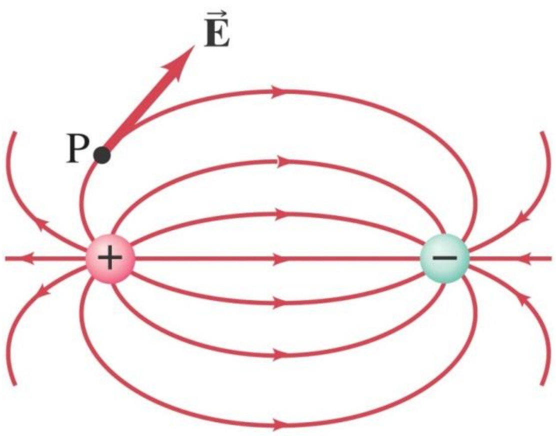
$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Gilles Callebaut

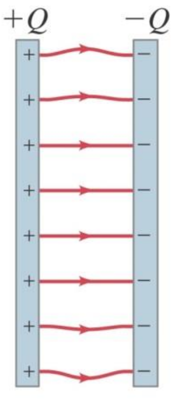
Les 4: Elektrische velden

Veldlijnen

Veldlijnen beginnen op positieve ladingen en eindigen op negatieve.
Elektrische dipool = stelsel van twee gelijke ladingen met tegengesteld teken.
*Hoe **dichter** de veldlijnen bij elkaar, hoe **sterker het elektrisch veld**.*



Veldlijnen tussen 2 tussen tegengestelde platen:



(d)

Elektrische velden en geleiders

*Het elektrisch veld **in een geleider is nul** in een statische situatie.*
*Een **netto lading** op een geleider verdeelt zich in een statische situatie over **het buitenoppervlak van de geleider**.*

Geleiders in elektrostatisch evenwicht:

*Het **elektrisch veld** net buiten een geleider sluit altijd **loodrecht aan op het oppervlak**.*

Gilles Callebaut

Beweging van een geladen deeltje in een elektrisch veld

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

Een elektron wordt versneld door een elektrisch veld

$$\vec{F} = m\vec{a} = -e\vec{E}$$

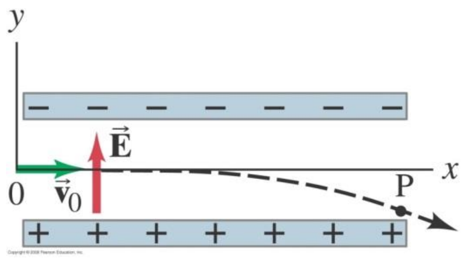
$$a = \frac{eE}{m}$$

$$v^2 = {v_0}^2 + 2ax$$

$$v = \sqrt{2ax}$$

$$v = \sqrt{2\frac{e.E.x}{m}}$$

Een elektron beweegt loodrecht op $\vec{E}$



$$a_y = -\frac{F}{m} = -\frac{eE}{m}$$

$$y = \iint a_y\,dt = -\iint \frac{eE}{m} = -\frac{eE}{m}\frac{t^2}{2}$$

$$y = -\frac{eE}{m}\frac{x^2}{2v_0^2}$$

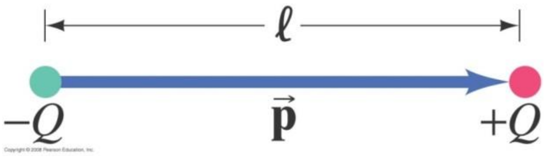
hoek berekenen

$$\tan\alpha = \frac{dy}{dx} = -\frac{eE}{m}\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}v_0^2}$$

Gilles Callebaut

Elektrische dipolen

De afstand van elkaar noemt men een elektrisch dipool.



Dipoolmomentvector:

$$\vec{p} = Q\vec{l}$$

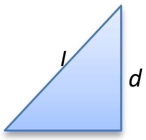
Gericht van de negatieve naar de positieve lading

Dipool in een uitwendig veld

Een dipool ondervindt in een homogeen veld geen kracht, maar wel een krachtmoment:

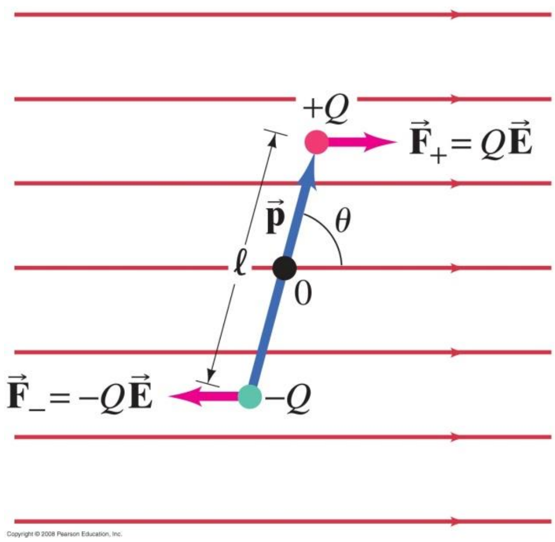
$$\vec{\tau} = \vec{p} * \vec{E}$$

$$d = l \sin\theta$$



$$\tau = F.d$$
$$= Q.E.d$$
$$= Q.E.l.\sin\theta$$

$$\tau = p.E.\sin\theta$$



*Een dipool komt tot **evenwicht** als **p evenwijdig is met E**.*
Een dipool in een elektrisch veld draagt potentiële energie.

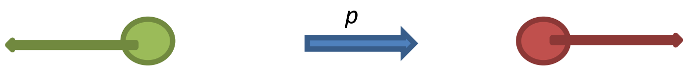
$$W = -\int_{-\theta}^{\theta} \tau \, d\theta$$

Het minteken voor de integraal is hier nodig aangezien bij een toename van ϑ het elektrisch veld negatieve arbeid verricht.
We weten daar hierboven dat $\tau = p.E.sin\,\theta$

$$W = -\int_{-\theta}^{\theta} p.E.sin\,\theta \; d\theta = pE(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$
$$U = -W = -pE\cos\theta$$

$$U = -\vec{p}\,\vec{E}$$

bij $\theta = 0$ *is het het stabielst.*



*De potentiële energie is **minimaal** als **p evenwijdig is met E**.*
*De potentiële energie is **maximaal** als **p en E een hoek π** insluiten.*

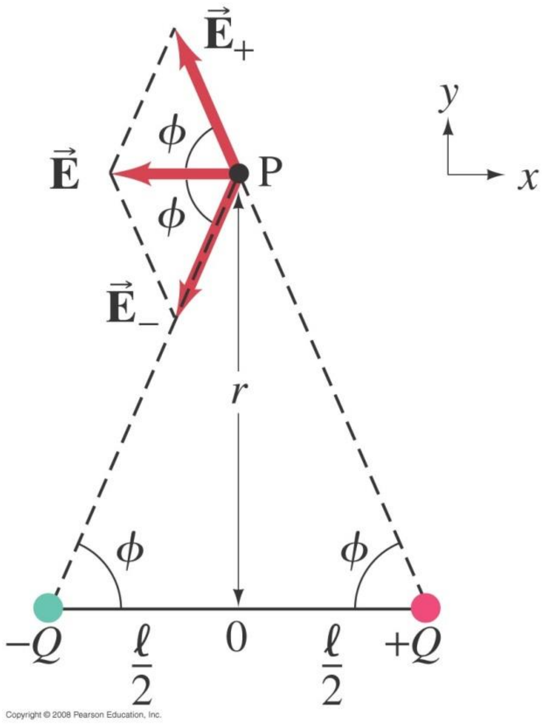
Elektrisch veld geproduceerd door een dipool

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{lQ}{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$als\, r \gg l$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}$$



Het veld van een dipool neemt sneller af met toenemende afstand dan bij een puntlading.

Elektrische potentiaal

Elektrische potentiële energie en potentiaalverschil

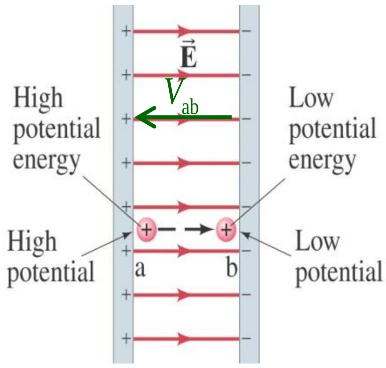
Elektrische potentiële energie

voor een homogeen $\vec{E}$

$$\Delta U = W_{uitw} = -W_E = -Fd = -qEd$$

Elektrische potentiaal en potentiaalverschil

Een conservatieve kracht drijft een deeltje spontaan naar de laagste potentiële energie.
Voor een positief deeltje is dat het punt met de laagste potentiaal, punt b
Voor een negatief deeltje het punt met de hoogste potentiaal, punt a



Een Negatief deeltje heeft veel potentiële energie waarde de potentiaal laag is.

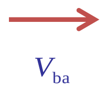
Potentiaal is te definiëren als de **elektrische potentiële energie per eenheid van lading**.

$$V_a = \frac{U_a}{q}$$

Het potentiaalverschil (of spanning):

$$V_{ba} = \Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W_{ba}}{q}\ [V = \frac{J}{C}]$$

De verandering van potentiële energie:



$$\Delta U = U_b - U_a = qV_{ba}$$

Elektron in een kathodestraalbuis:

$$\Delta U = qV_{ba} = -e.\Delta V$$

$$\Delta U = -\frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = \frac{2}{m}(-e.\Delta V)$$

Gilles Callebaut

De relatie tussen elektrische potentiaal en elektrisch veld

$$\Delta V = -\int_a^b \vec{E}.\overrightarrow{dl}$$

voor een homogeen $\vec{E}$

$$\Delta V = -E.d$$

Geladen geleidende bol

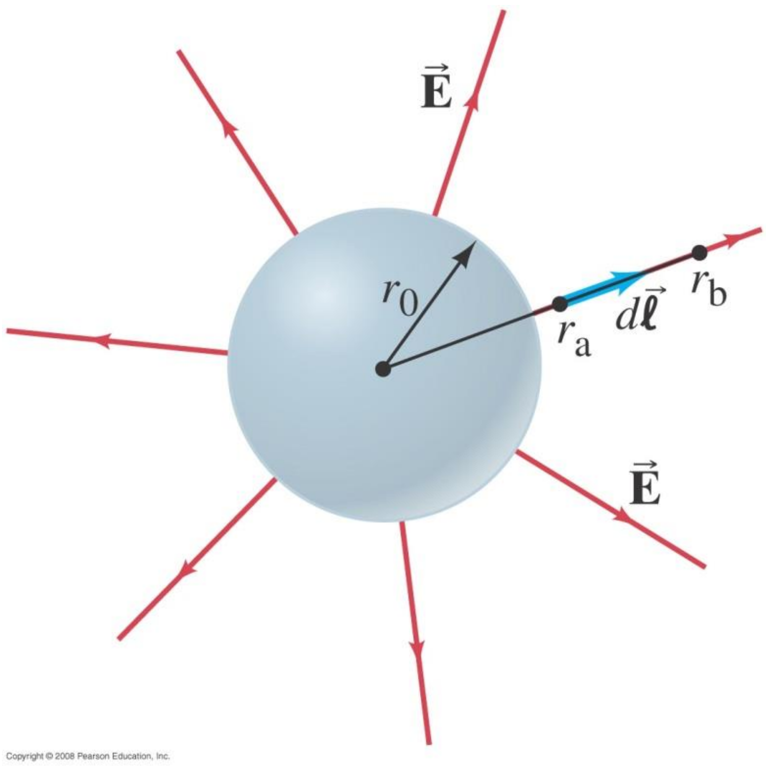
$$\Delta V = -\int_a^b \vec{E}.\overrightarrow{dl} \;\; met\ E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \Rightarrow \Delta V = -\int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.dr$$

voor punten binnen de geleider $E = 0$
wanneer $r_b = \infty$:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

combinatie van E en V:

$$V = r_0 E$$



Gilles Callebaut

Elektrische potentiaal als gevolg van ladingsverdelingen

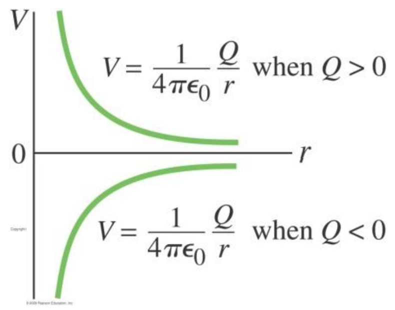
Elektrische potentiaal als gevolg van puntladingen

zie vorige les

Absolute potentiaal

één puntlading; $V = 0 \; voor \; r = \infty$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$



Dicht bij de positieve lading is de potentiaal hoog.
Dicht bij de negatieve lading is de potentiaal laag.

Superpositieprincipe

Als er meerdere ladingen aanwezig zijn, is de **resulterende elektrische potentiaal** in een punt **de som** van de afzonderlijke potentialen van verschillende ladingen.

LET OP: Potentiaal is een scalaire grootheid en heeft geen componenten.

Gilles Callebaut

Potentiaal van een willekeurige ladingsverdeling

Aanpak

Elektrisch veld gekend:

$$\Delta V = -\int_a^b \vec{E}.\overrightarrow{dl}$$

via de absolute potentiaal van één puntlading:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

superpositie (voor puntladingen):

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{r}}_i$$

superpositie (voor continue ladingsverdeling):

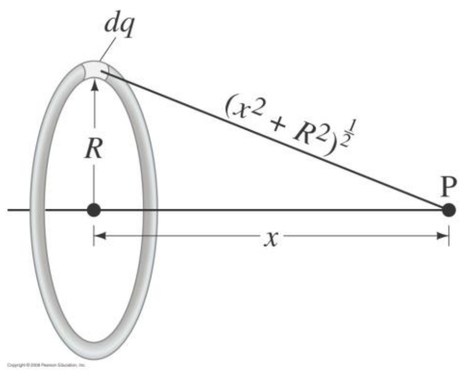
$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

Gilles Callebaut

Geladen ring

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

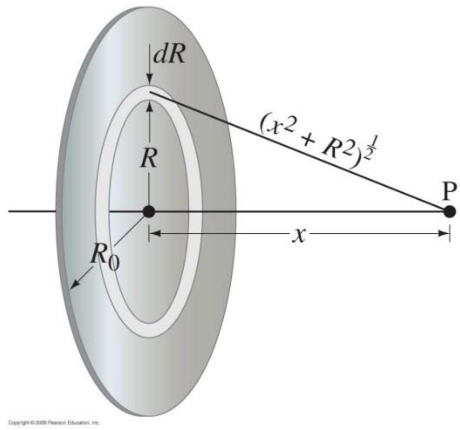


Geladen schijf

De lading op de ring is homogeen verdeeld met het oppervlak.
opp schijf (πR_0^2) en opp $dA = 2\pi R\, dR$:

$$\frac{dq}{Q} = \frac{2\pi R\, dR}{\pi R_0^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{\sqrt{x^2+R^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\frac{2R\,dR}{R_0^2}Q}{\sqrt{x^2+R^2}}$$



$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2}\int\frac{2R\,dR}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

we kunnen $2R\,dR$ schrijven als $d(R^2+x^2)$

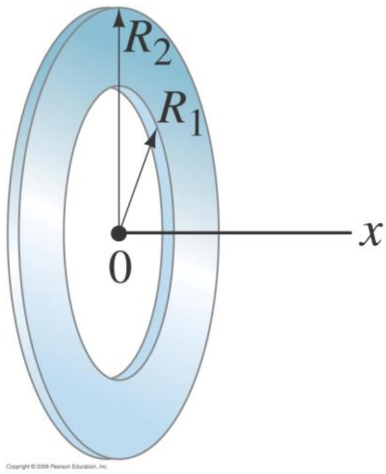
$$V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R_0^2}\sqrt{x^2+R^2}\Big|_{R=0}^{R=R_0}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R_0^2}\left[\sqrt{x^2+{R_0}^2} - x\right]$$

als $x \ll R_0$: $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

geladen 'ring'

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+R^2}}$$



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\sigma.2\pi r.\frac{dr}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{x^2+r^2}\right]_{R_1}^{R_2}$$

Elektrische potentiaal

Equipotentiaaloppervlakken

= Waarvan alle punten dezelfde potentiaal hebben

- Staat **loodrecht op het elektrisch veld**
- Steeds **gericht naar lagere waarden van de potentiaal** (-)

loodrecht op het elektrisch veld

Op een oppervlak waar $\Delta V = 0$ betekent dat ofwel $\vec{E} = 0, \overrightarrow{dl} = 0\ of\ \cos\theta = 0$. Dit betekent $\theta = 90°$

equipotentiaalruimte

Een geleider in **elektrostatisch evenwicht** vormt een equipotentiaalruimte.

$$E = 0\ \Rightarrow dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl}\ \Rightarrow dV = 0\ \Rightarrow V = ct.$$

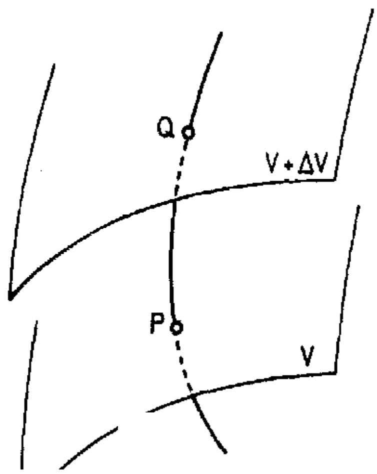
gericht naar lagere waarden van de potentiaal

Stel $\Delta V > 0$ met $W = q\Delta V$

$$W = (1C)\Delta V = (1C).\left(-\vec{E}.\overrightarrow{dl}\right) = (1C).(-E\,|PQ|.\cos\alpha) > 0$$

$$dus\ moet\ \cos\alpha < 0$$

- **Equipotentiaallijnen** zijn in een tweedimensionale figuur de **kruising van de equipotentiaaloppervlakken met het vlak van de figuur**
- **Equipotentiaallijnen** staan altijd **loodrecht** op de **elektrische veldlijnen**
- **equipotentiaallijnen** zijn steeds **gesloten lijnen**



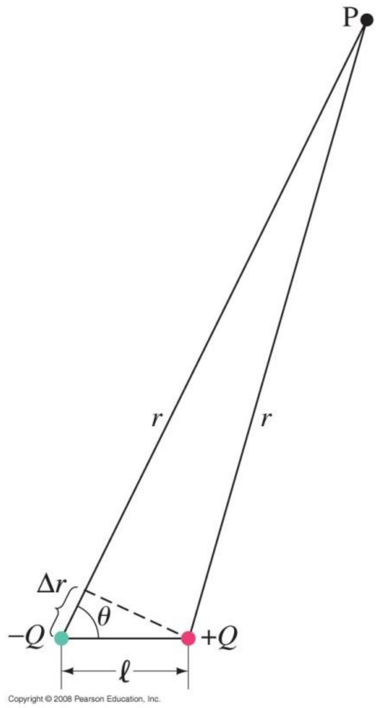
De elektrische potentiaal van een dipool

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{r+\Delta r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta r}{r(r+\Delta r)}$$

$$voor\ r \gg l: \Delta r \approx l\cos\theta = r$$

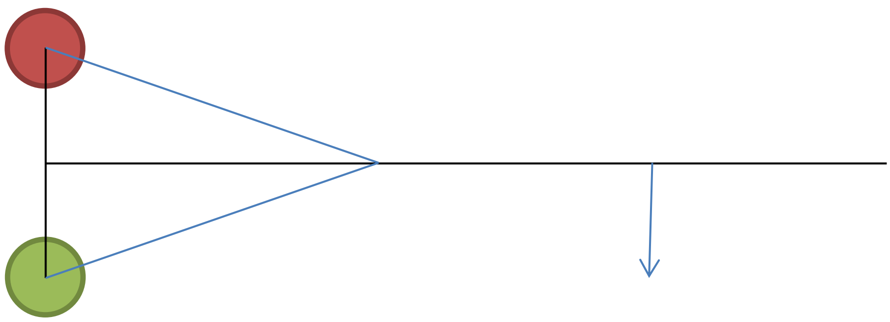
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ql\cos\theta}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}$$



- Het vlak **loodrecht op de dipool** is een **equipotentiaaloppervlak**

De elektrische potentiaal op de as van een dipool



$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E}.\vec{dl} = -\int_\infty^P E.dl.\underbrace{\cos\alpha}_{0} = 0 \quad ofwel \quad V_P = V_{P+} + V_{P-} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{+Q}{x} + \frac{-Q}{x}\right) = 0$$

Gilles Callebaut

Berekening van $\vec{E}$ *uit V*

$$dV = -\vec{E}.\vec{dl} = -E_l.dl$$

De componenten van het elektrisch veld in een willekeurige richting is gelijk aan het tegengestelde van de verandering van de elektrische potentiaal per eenheid van afstand in di e richting.

$$E_l = -\frac{dV}{dl}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Voor een ring en een schuif

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

een cirkelvormige geladen ring:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2 + R^2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

een homogeen geladen schijf:

$$V = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R_0^2}\left[\sqrt{x^2 + {R_0}^2} - x\right]$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R_0^2}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + {R_0}^2}}\right] \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

Elektrostatische potentiële energie; de elektronvolt

Elektrostatische potentiële energie

- om de eerste puntlading in positie te brengen is er geen arbeid vereist
- om de tweede puntlading in positie te brengen in het veld van de eerste is er wel arbeid vereist
- ….

$$U = \frac{1}{2}\sum_i Q_i V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{r_{23}}\right)$$

De eenheid elektron

Joule is een te grote eenheid, men gebruikt als alternatief **de elektronvolt (eV)**

$$1eV = 1{,}6 \times 10^{-19} J$$

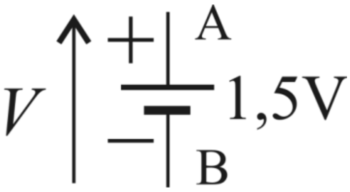
1eV is de **energietoename** van een deeltje met een lading in grootte gelijk aan die van een **elektron** b**ij het doorlopen van een potentiaalverschil van 1V**.

Gilles Callebaut

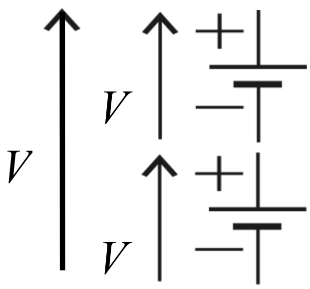
Elektrische stroom en De wet van Ohm

De elektrische batterij

Spanningspijl



serieschakeling



Gilles Callebaut

Elektrische stroom

=een stroming van ladingen door een elektrische spanning.

=de netto hoeveelheid lading die op een willekeurige plaats per tijdseenheid door de volle doorsnede van de draad passeert.

De momentane stroom

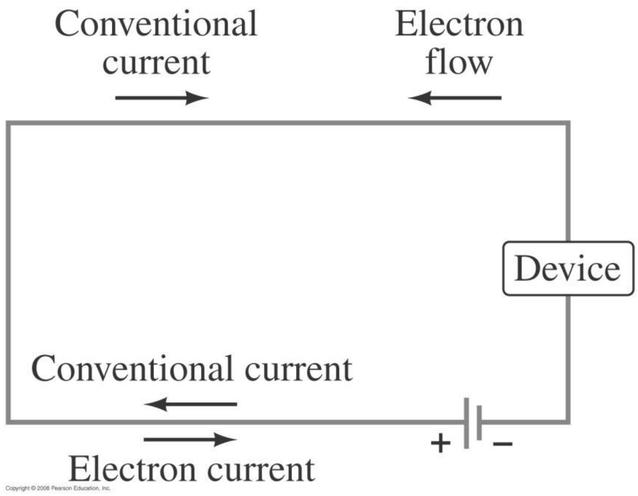
$$I(t) = \frac{dQ}{dt}\ [A]$$

In **metalen geleiders** is de elektrische stroom beweging van **negatieve elektronen.**

De **elektronen** vloeien in de geleiders van de **–pool** naar de **+pool** van de batterij.

Positieve ladingsdragers zouden omgekeerd bewegen = **conventionele stroom**

Die bewegingsrichting is de **(conventionele) stroomzin** in de kring.

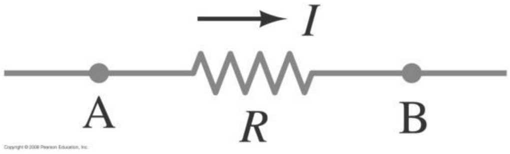


Gilles Callebaut

De wet van Ohm

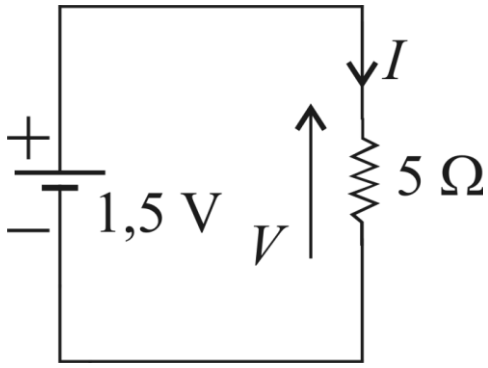
weerstanden

$$V = IR$$



Enkele nuttige verduidelijkingen

- *Potentiaalvverschil wordt aangebracht **over** een apparaat;*
  *een stroom loopt **door** een apparaat*
- *stroom wordt **niet** verbruikt*



Soortelijke weerstand

$$R = \rho \frac{l}{A} \; [\Omega]$$

met ρ de resistiviteit en $\sigma = \frac{1}{\rho}$ de geleidbaarheid genoemd.

Te kennen: $\rho_{cu,70°} = 0.0225 \frac{\Omega}{m} / mm^2$

Gilles Callebaut

Elektrisch vermogen

Soortelijke weerstand

Temperatuursafhankelijkheid

$$\rho_T = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

we doen nu maal $\frac{l}{s}$:

$$R_T = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

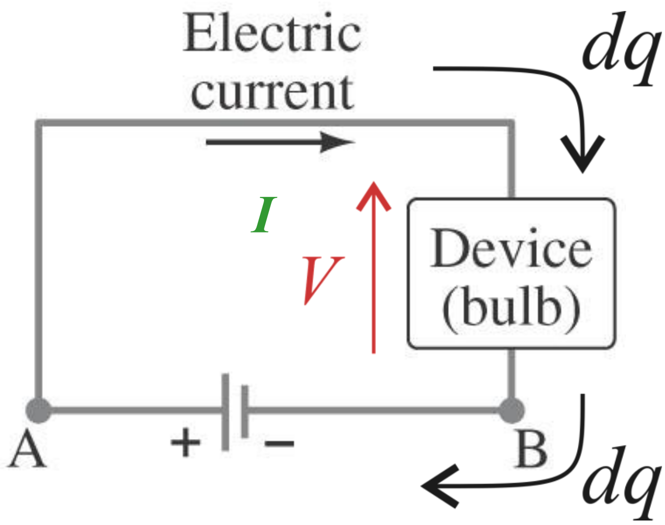
Elektrisch vermogen

In een **weerstand** wordt **elektrische energie** omgezet in **thermische energie** door **botsing** van bewegende elektronen met atomen.

Hoeveel **vermogen** wordt **omgezet** door een elektrisch apparaat?

Stel:

- het apparaat neem in dt een lading dqop op potentiaal V_A
- dan levert het apparaat in dt een lading dqaf op op potentiaal V_B
- de **energie dU die het appartaat in dt netto overneemt van de lading dq is dus:**
  $$dU = dqV_A - dqV_B = dqV$$
- het vermogen P:
  $$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt}V \; met \frac{dq}{dt} = I$$
  $$P = I * V\ [W(att)]$$



Toepassing op een weerstand

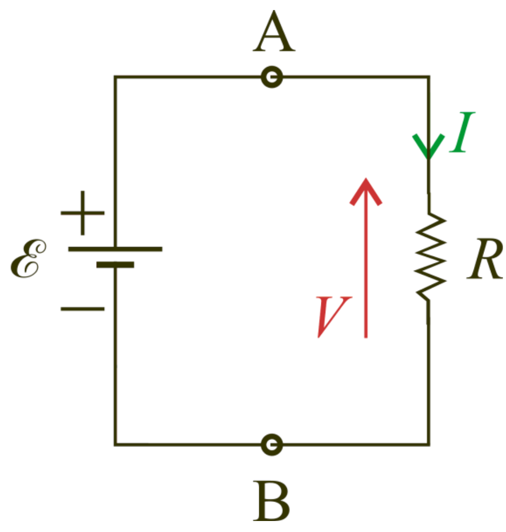
$$P = IV = I(IR) = I^2R$$

$$P = IV = \left(\frac{V}{R}\right)V = \frac{V^2}{R}$$

Gilles Callebaut

De elektrische batterij

Opgenomen en afgeleverd vermogen



Bij de **weerstand:**
Wijst de stroompijl naar **binnen** aan de pijlpunt van de spanningspijl = **verbruikerssysteem.**

Bij de **batterij:**
Wijst de stroompijl naar **buiten** aan de pijlpunt van de spanningspijl = **generatorsysteem.**

Elektrisch vermogen

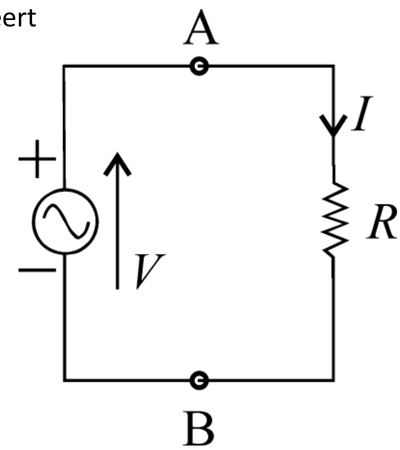
$$1kWh = (1000W)(3600s) = 3{,}6 \times 10^6 J = 3{,}60\ MJ$$

Gilles Callebaut

Wisselstroom
Microscopische beschouwingen: stroomdichtheid en driftbeweging

Wisselstroom

Elektrische generatoren produceren **wisselstroom**. De richting van de stroom keert voortdurend om.



$$V = \underbrace{V_0}_{piekspanning} \sin 2\pi f t \; = V_0 \sin \omega t$$

Europees elektriciteitsnet: $f = 50\ Hz \quad en \quad V_0 = 230\sqrt{2}$

aansluiten van een weerstand

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t$$

Vermogen in R:

$$P = I^2 R = \; I_0^2 R \; \sin \omega t^2$$

$$P_{gem} = \frac{1}{T}\int_0^T I_0^2 R \; \sin \omega t^2 \; dt = \frac{I_0^2 R}{\omega T}\int_0^T \sin \omega t^2 \; d(\omega t)$$
$$= \frac{I_0^2 R}{\omega T}\int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}\frac{d(2\omega t)}{2} = \frac{I_0^2 R}{4\omega T}[2\omega t - \sin 2\omega t]_0^T$$

$$P_{gem} = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

BESLUIT:

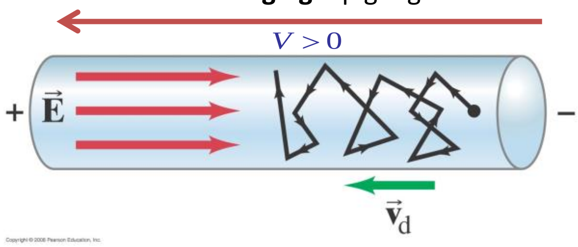
$$\bar{P} = I_{rms} V_{rms}$$
$$= \frac{1}{2} I_0^2 R = \; I_{rms}^2 R$$
$$= \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{R} = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

Gilles Callebaut

Microscopische beschouwing van elektrische stroom

driftsnelheid

Het aanleggen van een **spanning** veroorzaakt een **elektrisch veld** die een **driftbeweging** op gang brengt. De **driftsnelheid** is gericht **tegen** het veld in.

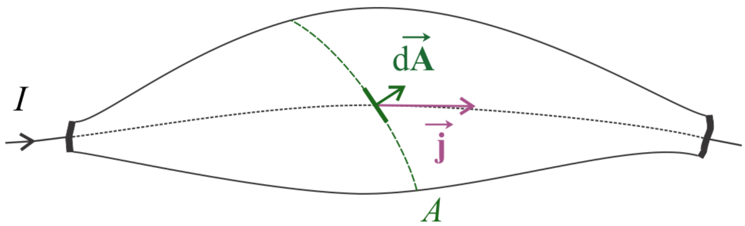


Stroomdichtheid

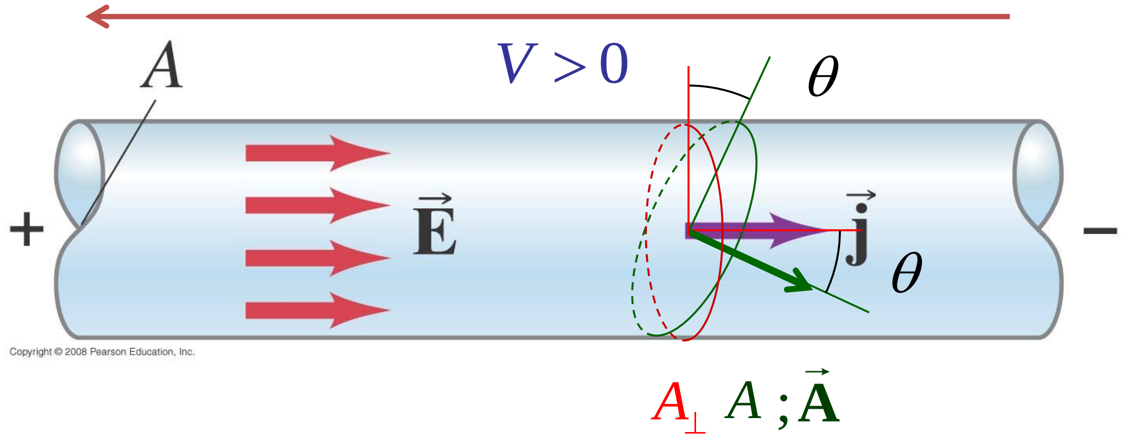
grootte j: de **elektrische stroom per eenheid van dwarsdoorsnede**

richting: de bewegingsrichting van de positieve ladingen.

$$I = \iint_A \vec{j}\, d\vec{A}$$



$$I = jA_{\perp} = jA\cos\theta = \vec{j}\,\vec{A} \quad [homogene\ geleidert, doorsnede\ A\ willekeurig]$$



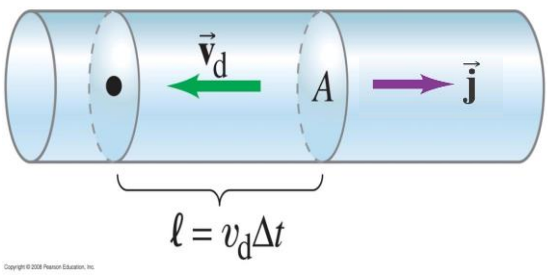
De **macroscopische stroom I** houdt verband met de **microscopische driftsnelheid** v_d

$$I = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t} = \frac{|(nAv_d\Delta t)(-e)|}{\Delta t} = \frac{n(Av_d\Delta t)(e)}{\Delta t} = neAv_d$$

$$j = \frac{I}{A} = nev_d \qquad \vec{j} = -ne\overrightarrow{v_d}\ [vectorvorm]$$

met meerdere soorten ladingsdragers:

$$I = \left(\sum_i n_i e_i \overrightarrow{v_{d_i}}\right) A$$



Gilles Callebaut

Elektrisch veld in een draad

$$E = \rho j \quad of \; j = \sigma E$$

Leid de wet van Ohm af

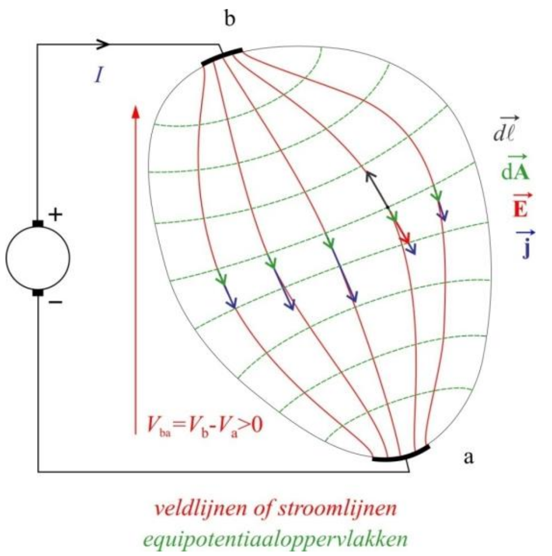
1. $V = -\int_a^b \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = \int_a^b \rho j \, dl$ $[veldlijn]$

2. $I = \iint_A j \, dA$ $[equipotentiaalopp.vlak]$

3. **Zoek in elk potentiaaloppervlak een punt P waar lokaal:**

$$j = <\mathrm{j}> = \frac{1}{A} \iint_A j \, dA = \frac{I}{A}$$

deze punten P vormen samen de gemiddelde stroomlijn



4. **integreer langs de gemiddelde stroomlijn**

$$V = \int_a^b \rho < j > dl$$

$$= \int_a^b \rho \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{A}} dl$$

5. **Besluit:**

$$V = \left[\int_a^b \frac{\rho dl}{A} \right] I$$

$$R = \int_a^b \frac{\rho dl}{A}$$

Gilles Callebaut

H26: Gelijkstroomschakelingen

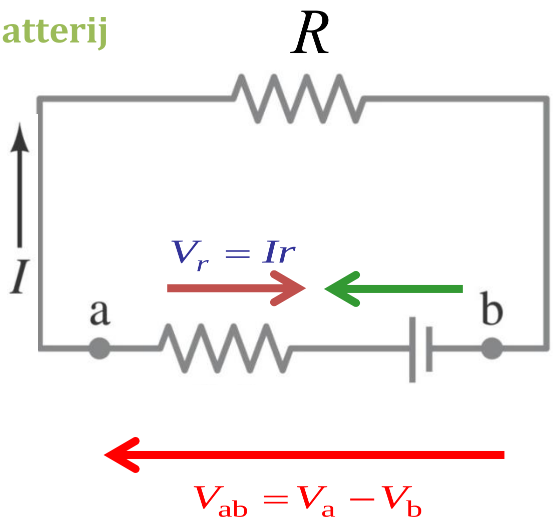
Elektromotorische kracht (EMK) en “klemspanning”

- Er kan maar stroom vloeien als er een bron van **elektromotorische kracht** aanwezig is.
    - De spanning tussen de klemmen van de bron noemt men de **EMK** of de **openklemspanning**
    - symbool: V_0 of $\mathscr{E}$
    - een “**bron van EMK**” wordt ook een “**perfecte spanningsbron**” genoemd omdat de klemspanning niet van de afgeleverde stroom afhangt.

Verband “klemspanning” V_{ab} en EMK van een batterij

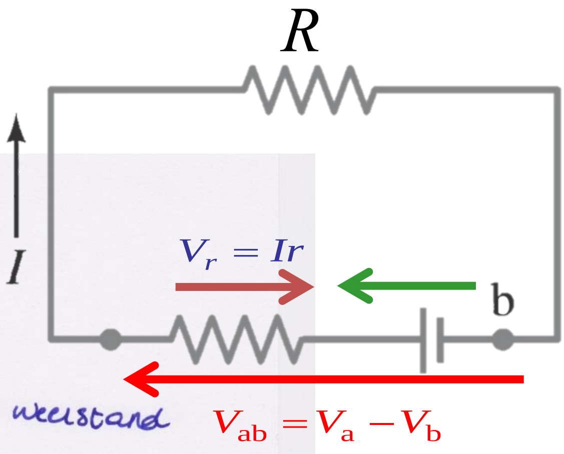
$V_{ab} = \sum_i V_i$

$V_{ab} = +\mathscr{E} - V_r$ of dus ook $V_{ab} = +\mathscr{E} - I.r$



Gilles Callebaut

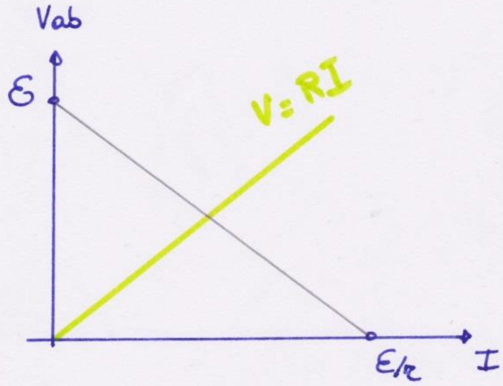
Afgeleverd vermogen door een batterij



EMK = klemspanning zonder vloeiende stroom
$= \mathcal{E}$

Als er stroom vloeit → $V_{ab} = \mathcal{E} - I.r$ → inwendige weerstand

stroom in serieschakeling hoe groter R (verbruiker) hoe kleiner klemspanning (V_{ab})



$$\begin{cases} V_{ab} = \mathcal{E} - rI \\ V_{ab} = R.I \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - rI = RI$$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

$V_{ab} = \mathcal{E} - I r$, r zeer klein dus → $V_{ab} \approx \mathcal{E}$

I hangt sterk af van R: $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$

$$\Rightarrow V_{ab} = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R+r} . r$$

$$V_{ab} = \mathcal{E}\left(1 - \frac{r}{R+r}\right)$$

r → klein, $R+r$ → groot

$$V_{ab} \approx \mathcal{E}$$

Gilles Callebaut

Maximaal vermogen P_R

$$P_R = R.I^2 = R\left(\frac{E}{R+r}\right)^2 = \frac{R.E^2}{r\left(\frac{R}{r}+1\right)^2} = \frac{E^2}{r}\frac{\left(\frac{R}{r}\right)}{\left(\frac{R}{r}+1\right)^2}$$

$$\text{we stellen } x = \frac{R}{r}$$

$$P = \frac{E^2}{r}\frac{(x)}{(x+1)^2}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{E^2}{r}\frac{(x+1)^2 - x.2(x+1)}{(x+1)^4} \xRightarrow{\max als\ \frac{dP}{dt}=0} x+1-2x=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow R=r$$

Rendement van P_R

$$P_{R,max} = R.I^2 = r\left(\frac{E}{2r}\right)^2 = \frac{E^2}{4r}$$

$$\eta = \frac{P_R}{P_E} = \frac{R.I^2}{E.I} = \frac{R.I}{E} = \frac{R}{E}\frac{E}{R+r}$$

$$\eta = \frac{R}{R+r} \xRightarrow{als\ R=r\ (P_{R,max})} \eta = \frac{1}{2}$$

Gilles Callebaut

Weersstanden in serie en parallel

Serie

Stroom (I) blijft overal hetzelfde.

$$R_{tot} = \sum_i R_i$$

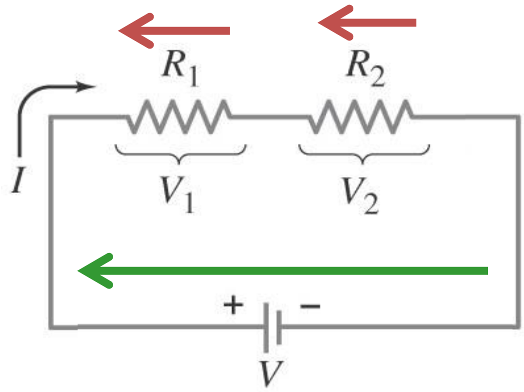
$$V_{tot} = \sum_i V_i = \sum_i I.R_i$$

Spanningsdeler

$R_{tot} = R_1 + R_2$

$V_1 = R_1.I = R_1.\frac{V_{tot}}{R_{tot}}$

$V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}.V_{tot}$



Parallel

Spanning (V) blijft ongewijzigd.

$$\frac{1}{R_{tot}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

$$I_{tot} = \sum_i I_i = \sum_i \frac{V}{R_i}$$

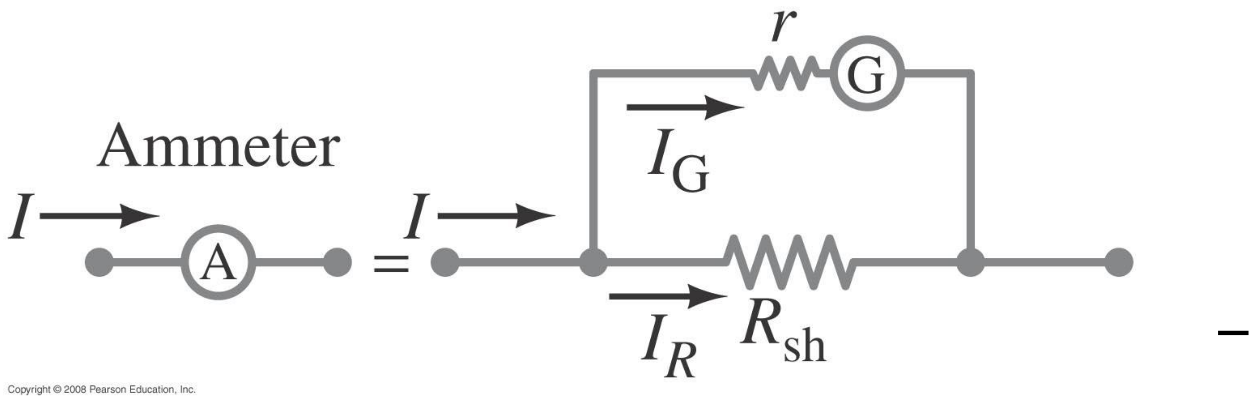
Gilles Callebaut

Ampèremeter en voltmeter

Galvanometer

Het onderdeel dat de meetwaarde aanduidt is een **galvanometer**.
De galvanometer kan kleine gelijkstromen (50µA) rechtstreeks meten.

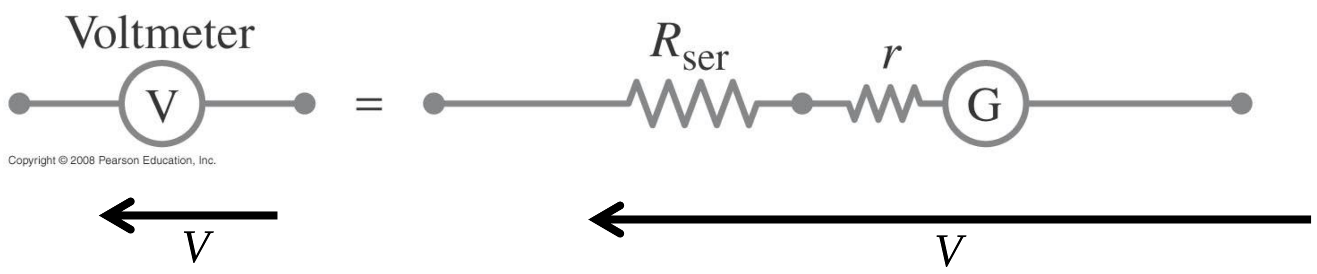
Ampèremeter



R_{shunt} is een shuntweerstand, die parallel over de galvanometer wordt gezet.
De bedoeling is dat het grootste deel van de stroom om te leiden via de shunt $I_{R_{shunt}}$.

$$I_{tot} = \frac{r + R_{shunt}}{R_{shunt}} I_r$$

Voltmeter

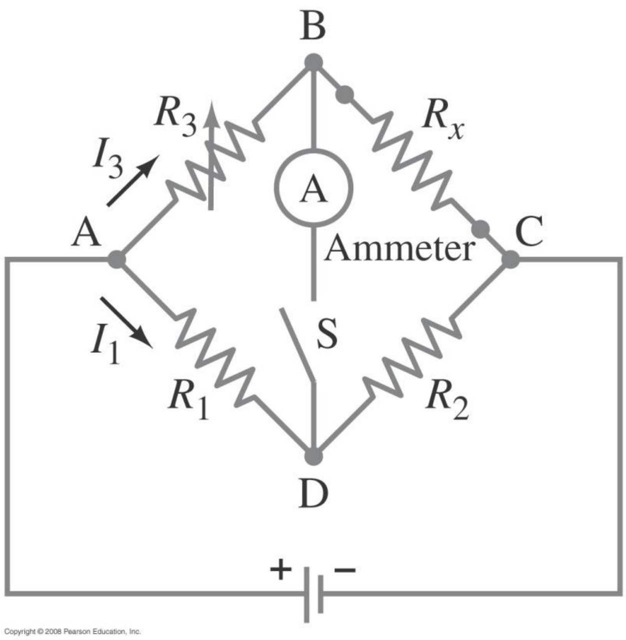


R_{serie} is een serieweerstand, die in serie staat met de galvanometer.
Het is de bedoeling om het grootste deel van de te meten spanning V te laten vervallen over R_{serie}.

$$V_{tot} = (R_{serie} + r).I_{tot}$$

Gilles Callebaut

Wheatstonebrug



Deze brugschakeling wordt gebruikt om weerstanden te meten.

Een van deze weerstanden, R3 , is een variabele weerstand die zodanig ingesteld wordt dat, wanneer de schakelaar S even gesloten wordt, de ampèremeter een stroom gelijk aan nul aangeeft.

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$I_x = I_3 = \frac{E}{R_x + R_3}$$

$$V_1 = R_1 I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.E$$

$$\xLeftrightarrow{stroom\ gelijk\ aan\ nul\ als\ V_1 = V_3}$$

$$V_3 = R_3 I_3 = \frac{R_3}{R_x + R_3}.E$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_3}{R_x + R_3}$$

$$R_x = \frac{R_3 . R_2}{R_1}$$

Gilles Callebaut